山西大学学报(自然科学版) 19(4):389—392, 1996
Journal of Shanxi University (Nat. Sci. Ed.)

企业项目投资的模糊信息决策模型

刘维奇　　潘晋孝

(山西大学数学系, 太原 030006)　　(华北工学院理学系, 太原 030009)

摘要　文中应用模糊集合论、概率论及多元统计相结合的思想方法, 在考虑到影响企业经济效益的各种因素的条件下, 以利润率为目标建立了企业项目投资的预测模型。

关键词　利润率,　模糊集,　期望,　决策分析
中图法分类号　O29

0　引言

企业项目投资要考虑到市场需求、建设周期、产值和利税率等, 其中涉及到诸如市场信息等模糊因素。为此我们先引入如下概念(参见文献 [1])。

定义 **0.1**　设给定论域 U, M 极称为 U 的一个模糊子集, 是指对于任意 $x \in U$, 都指定了一个函数值 $\mu_M(x) \in [0,1]$, 数 $\mu_M(x)$ 表示 x 属于 M 的程度, 称作 U 中元素 x 对模糊子集 M 的隶属度, 而映射

$$\begin{aligned} \mu_M: U &\to [0,1] \\ x &\to \mu_M(x) \end{aligned} \tag{0,1}$$

称为模糊集 M 的隶属函数。

定义 **0.2**　设 M 是一模糊事件, M 的概率定义为

$$P(M) \overset{\triangle}{=} \int_U \mu_M dP \tag{0.2}$$

特别, 如果论域 U 是离散且有限的, 即

$$U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$$

概率分布为

$$P(x_i) = P_i \qquad i = 1, 2, \cdots, n$$

则模糊事件的概率

$$P(M) = \sum_{i=1}^{n} \mu_M(x_i) P_i \tag{0.3}$$

其中 $\mu_M(x)$ 是 M 的隶属函数。

下面我们将利用模糊集合论、概率论及多元统计的思想方法, 找出投资项目利润率与投

收稿日期: 1995-08-16

资方式之间的关系,以便决策者们合理安排投资项目,提高投资的准确性,高效性。

1 模糊信息决策模型

模糊信息决策的数学模型是

$$F = \{S, D, P_s, U(D, S), M\} \tag{1.1}$$

其中:

$S = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ 表示状态空间,计划投资的 n 个项目的产品。$D = \{d_1, d_2, d_m\}$ 为投资策略集,$d_i(l \le i \le m)$ 表示第 i 个投资策略的投资金额。$P_s = [P(s_i)]_{n\times 1}$ 表示状态空间的分布矩阵。

$U(D, S) = [U(d_j \cdot s_k)]_{m\times n}$ 为效用矩阵,其元素 $U(d_j, s_k)$ 表示采用第 j 种投资策略,投资到第 k 个项目时的利润率。

$M = \{M_{ij}: i = 1, 2, \cdots, t; j = 1, 2, 3\}$ 为模糊信息集。M_{ij} 表示模糊事件,其中 $M_{\cdot 1}, M_{\cdot 2}, M_{\cdot 3}$ 分别表示对企业"有利","一般","较不利";$M_{i\cdot}$ 表示考核的第 i 个指标,这里所考虑的 t 个指标是影响企业效益的主要因素,比好"市场需求量"、"建设周期"、"产值"、"投入产出比"和"利税率"等,此时模糊事件 M_{13} 表示"市场需求量较小",M_{21} 表示"建设周期短"M_{32} 表示"产值一般"。

记 $M_i \triangleq \{M_{i1}, M_{i2}, M_{i3}\}$ $(1 \le i \le t)$,则对状态空间中每个元素即每个项目的产品按市场信息或经验在每个 $M_i(1 \le i \le t)$ 中都有唯一的一个元素,即模糊事件与之对应。在已知效用矩阵 $U(D, S)$ 时,对每个 $M_i(1 \le i \le t)$ 利用公式

$$E(U_p/M_i) = U(D, S) \cdot P'_{s/M_i} \qquad i = 1, 2, \cdots, t \tag{1.2}$$

从而构成一个立体阵,再按每个考核指标所占的权重,求出相应的加权和,通过比较便可求得最佳投资策略。其中 $E(U_{p/M_i})$ 为效用期望矩阵,P'_{s/M_i} 是条件概率矩阵 P_{s/M_i} 的转置。

2 决策方法

对于每个 $M_i(1 \le i \le t)$,首先用专家意见法或市场调查法确定信息集 M_i 的隶属函数:

$$\mu_{M_{ij}}(x_{ik}) \qquad i = 1, 2, \cdots, t; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, \cdots, n \tag{2.1}$$

其次由模糊事件的全概率公式

$$f(M_{ij}) = \sum_{k=1}^{n} \mu_{M_{ij}}(x_{ik}) \cdot P(x_{ik}) \tag{2.2}$$

和矩阵运算,得到模糊信息集 M_i 的分布矩阵

$$P_{M_i} = \mu_i P x_i \qquad i = 1, 2, \cdots, t \tag{2.3}$$

其中 $P_{M_i} = (f(M_{i1}), f(M_{i2}), f(M_{i3}))'$, $P_{x_i} = (P(x_{i1}), , P(x_{i2}), \cdots, P(x_{in}))'$, $\mu_i = (\mu_{M_{ij}}(x_{ik})^{3\times n})'$,再由模糊事件的 Bayes 公式及状态 S_k 出现的条件概率

$$P(S_k | M_{ij}) = \frac{P(s_k) \sum_{l=1}^{n} \mu_{M_{ij}}(x_{il}) P(x_{il} | s_k)}{f(M_{ij})} \tag{2.4}$$

得到条件概率矩阵

$$P_{s/M_i} = [P(s_k | M_{ij})] \tag{2.5}$$

从而可以计算出在已知模糊信息集 $M_i = \{M_{i1}, M_{i2}, M_{i3}\}$ 后，采取投资策略 $D = \{d_1, d_2, \cdots, d_m\}$ 的效用期望矩阵

$$E(U_{p/Mi}) = U(D, S) \cdot P'_{s/Mi}$$

其元素 $_iE(k,j)$ 表示对第 i 个考核指标，当知道模糊信息第 j 类 $M\cdot j$ 时采用第 k 种投资策略 d_k 的效用值，E 是 $t\times m\times 3$ 立体阵，$E = ({}_iE(k,j))_{t\times m\times 3}$。

下面来给出指标权重的确定办法，假定对 n 个投资项目预先给定的 t 个考核指标值如下：

$$N \overset{\triangle}{=} \begin{bmatrix} N_{11}, N_{12}\cdots N_{1t} \\ N_{21}\ N_{22}\cdots N_{2t} \\ \cdots\ \cdots \\ N_{n1}\ N_{n2}\ N_{nt} \end{bmatrix}_{n\times t} \tag{2.6}$$

为使数据具有可比性，对数据进行标准化以消除量纲影响

$$N_{ij}^* = (N_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_{ij}) / [\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(N_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}N_{ij})^2]^{\frac{1}{2}}$$

从而得到标准化数据矩阵 N^*。第 i 个指标的 n 个样品值 $N_i^* = (N_{1i}^*, N_{2i}^*, \cdots, N_{ni}^*)'$ 视为一个 n 维向量；第 i 个项目的 t 个指标记为 $_iN^* = (N_{i1}^*, N_{i2}^*, \cdots, N_{it}^*)$，对 $N_1^*, N_2^* \cdots, N_t^*$ 作主成分分析（见[2]），按贡献率 $\lambda i / \sum_{i=1}^{n}\lambda i$ 由大到小排列：

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}N_1^* + a_{12}N_2^* + \cdots + a_{1t}N_t^* \\ y_2 = a_{21}N_1^* + a_{22}N_2^* + \cdots + a_{2t}N_t^* \\ \cdots \\ y_t = a_{t1}N_1^* + a_{t2}N_2^* + \cdots + a_{tt}N_t^* \end{cases} \tag{2.7}$$

若前 r 个主成分累积贡献率 $\sum_{i=1}^{t}\lambda i / \sum_{i=1}^{t}\lambda i$ 超过 85+，则可用降维后的 r 个主成分的变化去刻画原始指标集的变化，则记

$$\begin{cases} \vec{y}_1 = (a_{11}, a_{12}, \cdots a_{1t}) \\ \vec{y}_2 = (a_{21}, a_{22}, \cdots a_{2t}) \\ \cdots \\ \vec{y}_r = (a_{r1}, a_{r2}, \cdots a_{rt}) \end{cases} \tag{2.8}$$

且视其为主成分分量

根据“加权向量空间中夹角余弦平方和最小”的优化准则，可得第 i 个指标隶属于第 j 个主成分的隶属度（见[3]）为：

$$C_{ij} = \{\sum_{k=1}^{r}[\frac{\cos(iN^*, \vec{y}_j)}{\cos({}_iN^*, \vec{y}_k)}]^2\}^{-1} \tag{2.9}$$

其中 $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ 表示向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角余弦。于是 t 个指标的权重可由其贡献率而定，即

$$\beta_i = \alpha_1 C_{i1} + \alpha_2 C_{i2} + \cdots + \alpha_r C_{ir} \tag{2.10}$$

其中$\alpha_j = \lambda_j / \sum_{i=1}^{t} \lambda_i$。记

$$B_{t\times t} \overset{\triangle}{=} \mathrm{diag}(\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_t) \tag{2.11}$$

令

$$F_{t\times m\times 3} = B_{t\times t} \cdot E_{t\times m\times 3} \tag{2.12}$$

其元素记为F_{ijk},因此对每个计划投资的项目,当得到模糊信息$M_{1e_1}, M_{2e_2}, \cdots, M_{te_t}$,其中$e_1, e_2, \cdots, e_t \in \{1, 2, 3\}$,采用第$j$种策略$d_j$时得到的效用值为

$$r_j = \sum_{i=1}^{t} F_{ije_i} \qquad j = 1, 2, \cdots, m \tag{2.13}$$

比较r_j的值,最大者所对应的d_j为最佳策略。

参 考 文 献

1 王焕雄等.企业项目改造的模糊信息决策模型.数理统计与应用概率,1989,**4**(2):138~142

2 张尧庭,方开泰.多元统计分析引论.北京:科学出版社,1982.322~327

3 王忠郴.投资项目经济效益综合分析的F多元统计模型.数理统计与管理,1993,**12**(5):35~39

4 许树柏译.层次分析法(T.L.Saaty著).北京:煤炭工业出版社,1988.10~38

A DECISION- MAKING MODEL OF FUZZY MESSAGE IN INVESTMENT OF ENTERPRICE PROJECTS

Liu Weiqi Pan Jinxiao

(*Department of Mathematics, Shanxi University, Taiyuan* 030006) (*North China Inst. of Tech*)

Abstract

In this paper, by the thinking way of the combination of the theory of fuzzy setwith probability theory and multivariate statistics under the condition of thinking all factors with influence economic bencfit of enterprice, a forecasting model of enterprice projects investment has been established on the purpose of gaining maximum profit rate.

Key words profit rate, theory of fuzzy set, expectation, a decision- making analysis.

Classification Code of Chinese Literatures O29