

沪深两市多重分形特征的成因及其变化^{*}

刘维奇^{1,2}, 牛奉高²

(1. 山西大学管理科学与工程研究所, 山西 太原 030006;

2. 山西大学数学科学学院, 山西 太原 030006)

内容提要: 本文基于 MF-DFA 方法, 对上证综合指数(代表沪市)和深圳成份指数(代表深市)的多重分形特征作了实证分析与比较。结果表明, 沪深两市均存在多重分形特征, 而且前者更加明显。进一步分析了沪深两市多重分形的成因, 认为沪市的多重分形特征更多由长记忆性所致, 而深市的多重分形性更多依赖于其分布。同时发现, 随着金融市场的逐步完善, 沪市的多重分形特征逐步减弱。

关键词: 多重分形; 多重分形消除趋势波动分析; 广义 Hurst 指数; 尺度指数; 多重分形谱

中图分类号: F830 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5766(2009)12-0138-06

一、引言

最先研究金融资产价格波动的当属法国数学家 Louis Bachelier, 他首次用随机游走模型来描述价格的变化。1970年 Fama 在此基础上提出了有效市场理论(Efficient Market Theory, EMT), 并进一步建立了资本资产定价模型(Capital Asset Pricing Model, CAPM)。但后来的研究者注意到, 有效市场理论的前提假设过于完美, 例如价格完全由新信息决定, 价格在时间上不相关, 价格波动服从正态分布, 投资者完全理性等。而且 EMT 难以解释现实资本市场的很多问题, 比如收益序列的簇族性和尖峰厚尾现象。因此, 众多学者开始积极探索新理论, 寻求新方法。行为金融理论(Behavioral Finance Theory, BFT)和分形市场理论(Fractal Market

Theory, FMT)都是研究思路上的突破。

分形市场理论的提出得益于分形理论在物理学领域的迅速发展和经济物理学交叉学科的形成。它拓宽了人们研究金融市场的视野, 使人们更深刻地认识金融资产收益序列的非线性、自相似性、长记忆性、标度不变性等, 并对资产定价、风险管理、市场监管和价格预测等金融市场中重大问题的解决提供了思路。在分形市场假设下, 金融资产价格收益序列具有分形特征, 如自相似性、标度不变性、分形维等。

很多学者就不同的市场或不同的资产价格(收益)序列进行了实证研究。国内对股票指数收益序列简单分形结构的研究已有不少, 基本上证实了我国股票市场是具有分形特征的。但随着研究的深入, 研究者发现, 单一的特征指数不能很好刻画现实

收稿日期: 2009-09-25

* 基金项目: 教育部人文社会科学研究项目“储蓄分流与金融效率”(07JA630027); 山西省人文社会科学重点研究基地项目“金融复杂性实证研究”(20083006)。

作者简介: 刘维奇(1963-), 男, 山西忻州人。教授, 博士生导师, 管理学博士, 主要从事金融工程和时间序列分析的研究。E-mail: liuwq@sxu.edu.cn; 牛奉高(1980-), 男, 山西晋城人。助教, 理学硕士, 主要从事金融时间序列分析研究。E-mail: nfgao@sxu.edu.cn。

138 经济管理 2009.12

市场,也就是说,真实市场表现出来的并非简单分形结构,而是更加精细的多重分形结构。多重分形也称为多标度分形,是对金融时间序列特征更精细的刻画。多重分形研究方兴未艾,主要方法有多仿射法、 q 阶矩分割函数法、配分函数法、多重分形消除趋势波动分析法(MF-DFA)。MF-DFA方法是2002年Kantelhardt等首次提出的更为稳健的方法,它能够发现非平稳时间序列中的长范围相关性,而且能够避免对相关性的错误判断,结果比较可靠。国内许多学者应用MF-DFA方法确认了沪深股指收益序列的多重分形特征。都国雄同时用三种方法(配分函数分析法、奇异谱分析法和多重分形趋势消除波动分析法),实证了我国上海证券市场具有弱多重分形特征。虽然对我国市场的多重分形特征实证的文章很多,但是研究多重分形原因的不多,考察其发展变化的就更少。而这些问题的研究对进一步了解中国股市价格运行的本质和对市场进行宏观指导有重要意义。

二、多重分形的理论及研究方法

1、分形几何中一个随机分形的例子

同一种树,每棵树上枝丫的生长位置和大小是随机的,但是,树的外形是相似的。多重分形就是研究分形几何体在同一“生长面”上“生长”快慢不同的行为特征。研究的思路就是,将研究对象的“生长界面”分成一个个小区域,然后估计分形体在每个小区域内的“生长”概率。如果不同区域有一致的“生长”概率,则说明分形体是单分形的;如果不同区域有不同的“生长”概率,则说明分形体可能具有多重分形性。研究者的目的就是试图用一些特征指数来描述这些不同的局部“生长”特征。

局部“生长”概率常用 α 来表示,称为奇异指数,它的大小用来衡量局部生长概率密度的大小。全体具有相同奇异指数 α 的小区域构成一个集合,记其分形维为 $f(\alpha)$,常称为对应于 α 的分形维或分形谱,则 $f(\alpha)$ 可以描述分形体不同生长界面上的生长概率。显然, $f(\alpha)$ 是 α 的函数,两者的关系图就是

分形谱的形状。分形谱的宽度 $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ 反映了不同区域最大“生长”概率和最小“生长”概率的差别, $\Delta\alpha$ 越大,说明多重分形性状越明显。相应于最大“生长”概率和最小“生长”概率子集的分形维数的极差 $\Delta f = f(\alpha_{\min}) - f(\alpha_{\max})$ 则可以反映“生长”快慢出现频率的变化。因此,分形谱图像的不对称性也是多重分形性的判断根据。

研究多重分形的方法本质上都是构造波动的幂律法则,以配分函数法和多重分形消除趋势分析(MF-DFA)方法为例,前者定义了配分函数 $\chi_q(n)$ 满足 $\chi_q(n) \sim n^{\tau(q)}$,其中 $\tau(q)$ 称为Renyi指数、质量指数或尺度指数;后者定义了消除趋势波动函数 $F_q(n)$ 满足 $F_q(n) \sim n^{h(q)}$,其中 $h(q)$ 称为广义Hurst指数。 $\tau(q)$ 、 $h(q)$ 和 $f(\alpha)$ 的具体关系如下:

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \text{ 且 } \alpha = h(q) + qh'(q), \\ \tau(q) = qh(q) - 1$$

综上所述,两种方法有异曲同工之妙,本文采用后一种方法。

2、多重分形趋势消除波动法(MF-DFA)

2002年Kantelhardt等人在传统DFA方法的基础上提出多重分形消除趋势波动分析(MF-DFA)方法;2005年Ramirez等在研究原子核反应堆中的中子功率振动的长程相关性时,利用Hölder范数直接推广了DFA方法,得到一种新的MF-DFA方法。为了区别,前者记为K-MFDFA方法,后者记为R-MFDFA方法。

三、沪深指数多重分形实证与研究

1、数据的基本统计描述

本文选取了上证综合指数(下称“上证综指”)1990年12月21日~2008年5月26日的日收盘价(4273个数据)和深圳成份指数1994年7月21日~2008年5月26日的(下称“深圳成指”)日收盘价(3356个数据),并通过取对数差分计算得出相应的收益率序列。表1是所得收益率序列的主要统计指标。

表 1

沪深指数收益序列主要统计指标值

| 指数 | 样本数 | 级差 | 最小值 | 最大值 | 均值 | 标准差 | 偏度 | 峰度 |
|--------------|------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|----------|
| 上证综指(全部数据) | 4272 | 0.8982 | -0.1791 | 0.7192 | 0.0008 | 0.0007 | 5.6521 | 141.0502 |
| 上证综指(1995年前) | 1025 | 0.8593 | -0.1401 | 0.7192 | 0.0018 | 0.0018 | 5.5801 | 86.3527 |
| 上证综指(1996年后) | 2749 | 0.1874 | -0.0934 | 0.0940 | 0.0005 | 0.0003 | -0.2194 | 4.8804 |
| 深圳成指(全部数据) | 3355 | 0.4168 | -0.1841 | 0.2327 | 0.0007 | 0.0004 | 0.5751 | 13.2090 |
| 深圳成指(1996年后) | 2749 | 0.1947 | -0.0994 | 0.0953 | 0.0005 | 0.0003 | -0.1205 | 4.1169 |

由表 1 可见,上证综指和深圳成指的差异较大,尤其是上证综指的峰度特别大。1996 年以后,两指数各指标就相当接近,而且接近正态分布。可见 1996 年后两市的差别已经很小了,而总体的差异主要来自于 1995 年前后或更早。鉴于深圳综合指数的主要统计指标与深圳成份指数非常接近,表 1 中未列出。

2、多重分形特征存在性的实证及成因分析

根据前面叙述的 MF-DFA 方法,本文首先对

两样本做了多重分形分析。计算中,拟合多项式采用一次线性拟合(因为数据比较集中,级差很小,二次以上拟合可能造成计算机溢出),分割长度从 2 取到序列长度的 1/4(取整), q 的取值为 $[-10,10]$ 和 $[-20,20]$,步长相应为 0.2 和 0.5。

从图 1~图 3 来看,两指数收益序列均具有多重分形特征。而且上证指数的广义 Hurst 指数对 q 的斜率绝对值更大,尺度指数曲线上凸更加明显,分形谱图形口径更大,所以多重分形性状更显著。

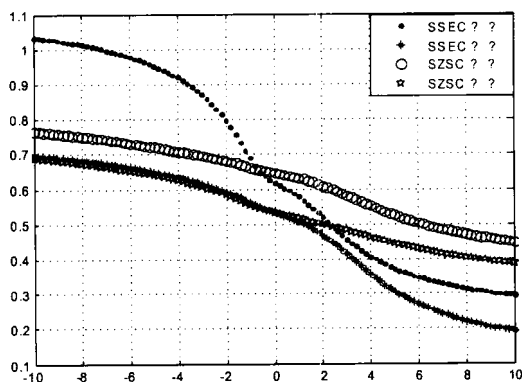
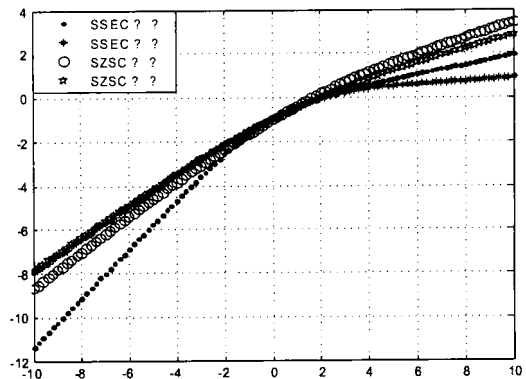
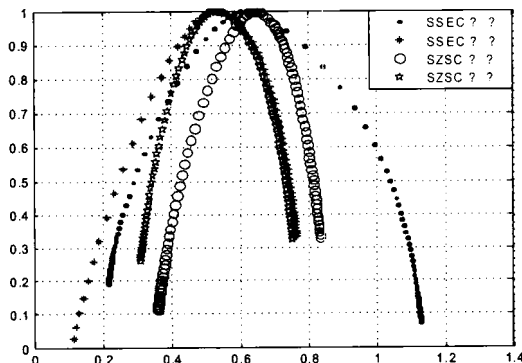
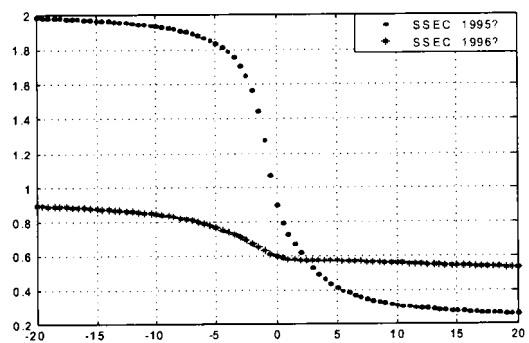
图 1 沪深两市广义 Hurst 指数与 q 关系比较图 2 沪深两市尺度指数与 q 关系比较

图 3 沪深两市多重分形谱比较

图 4 沪市 Hurst 指数与 q 关系前后时段比较

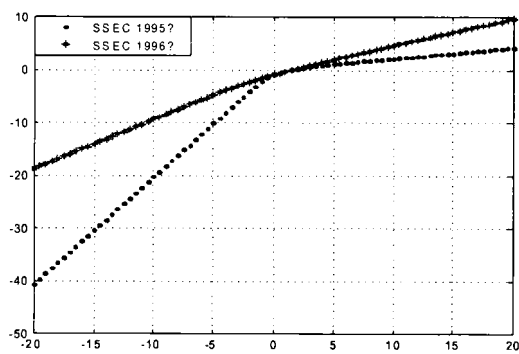


图5 沪市尺度指数与 q 关系前后时段比较

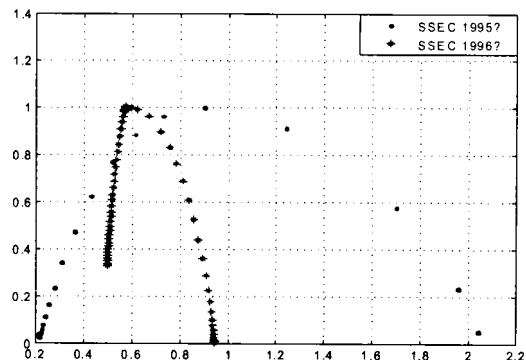


图6 沪市多重分形谱前后时段比较

鉴于表1中沪深两市的统计指标差异的变化,作者比较了1996年后两市的多重分形特征,差别明显变小(限于篇幅,未附比较图)。因此可以得出,两市的差别主要是1995年前后或更早。

其次,我们试图寻求造成多重分形的原因。假设收益序列服从某种分布,将其任意重排后如果仍然表现出多重分形性,而且程度相当,则说明多重分形性由其分布所致;如果重排后的序列多重分形特征消失,则说明多重分形由原序列的相关性或长记忆性所致;还有就是重排后多重分形性虽然存在但减弱了(更多是这种结果),则说明两种原因兼而有之。根据这个思路,我们来看两市的多重分形特征的主要成因。

图1~图3是原序列与任意排序后所得新序列多重分形的分析结果。所使用结果是任意10次重排后结果的平均值,对应图中“乱序”曲线。当然,再做10次结果可能不同,但偏差不会很大。

逐一比较判断多重分形性的3个指标(图1~图3)。上证综指重排后的广义Hurst指数随 q 变化明显减弱,说明记忆性的破坏减弱了多重分形性;而深圳成指的变化微小,更像是向下平移,说明记忆性虽被破坏了,但对多重分形性影响不大。也就是说,对于深市造成其多重分形特征的原因更主要是由序列的分布所致。再看尺度指数随 q 变化图,上证综指重排后的弯曲程度(上凸程度)明显减弱,而深证指数看起来更像是绕中心顺时针旋转了一点,变化不大。最后比较分形谱图像,上证综指重排后

分形谱图的口径($\Delta\alpha$)明显变小,而深圳成指同样只是向左平移(平移的原因尚不明确)。由分析可见,3个判别指标表现一致,所以,我们可以得出这样的结论:两市都具有多重分形特征,沪市更多是由长记忆性所致,而深市更多依赖于分布。

3、沪市多重分形性的发展变化

中国证券市场的多重分形特征在十几年的发展历程中是否一成不变呢?显然不可能。前面列出了1995年前(不含1995年)和1996年(不含1996年)后数据的主要统计指标。将数据如此分段的原因是鉴于1995年1月1日起执行的“T+1”交易规则和1996年12月16日起实行的“涨跌10%的限制”,这两项重要规则对规范市场,减少投机起到了很重要的作用,但也影响了指数收益的波动幅度。中间过渡时间段(1995~1996年)的数据没有使用,是为了避免过度时期的干扰因素,便于比较。可以看到,不论是两段数据之间还是它们和总体数据之间的差别都是很大的,特别是峰度值。

黄治蓉曾指出,投资者期限多重分形结构与市场稳定有密切的联系。投资期限结构的多重分形性越明显市场越稳定,如果期限趋同,期限结构转变为单分形结构,市场就要崩溃。换个说法,投资时间结构的多重分形性是市场稳定的充要条件,这与实际情况相吻合。为了更好地理解,我们还需要明确几个关系:(1)投资期限的多重分形结构和价格的多重分形结构不是一回事,而且可能完全相反。期限的结构可能会体现在收益结构中,但是,在现行的涨跌受

限的交易规则下是不可能的。本文研究的是价格收益序列的多重分形性；(2)市场稳定与市场有效不是必然的同向变化,不稳定的市场也可能有效；(3)市场有效与收益的多重分形特征的强度不一定是成正比的,甚至很难扯上关系。因为有效是对市场规范反应灵敏的体现,而多重分形只是价格波动序列变化的属性。

图4~图6是对上证综指1995年以前和1996年后的数据多重分形分析结果。

通过比较可见,沪市1996年后的多重分形性相比1995年前大大减弱(分析方法同前)。我们可以这样理解:1995年以前在“T+0”的交易规则下,投资者可以在一天内逢低买入逢高卖出,使得短期投机比长期投资有更大的收益,投资时间结构偏于单一,市场不稳定。而且1992~1996年基本上没有涨跌幅限制,价格波动大,收益的多重分形特征就比较明显。另外,根据Hurst指数和市场效率的关系,我们发现,我国证券市场的有效性是逐渐提高的。实际中也是如此,政策出发点是让市场起主要的调节作用,规范信息公开渠道,加强法律监管都是要提高市场有效性的和稳定性。那么,收益率多重分形性随时间的减弱,原因何在?

从峰度值来看,1996年后数据的峰度变得很小,主要原因是收益率在均值附近比较集中。也就是说波动幅度变小了。收益波动的缩小与1996年12月16日开始执行的“涨跌10%的限制”是密不可分的。从分形角度解释就是,大量数据在小范围内的密集,使得不同部位的取值频数差别不大,表现在分形中就是不同局部的“生长”概率差异不大,从而

使得最大概率和最小概率之差($\Delta\alpha$)变小,多重分形减弱。涨跌限制使得个股波动率或收益率取值范围缩小,反映在指数中变化范围就更小。从而数据越多,分布就越渐进正态。总之,涨跌限制使得市场更加稳定和有效(一定程度上避免了过度反应),但同时也使得多重分形特征减弱。至此我们就不难接受这个结果:市场向着有效的方向发展,市场越来越稳定,但多重分形性却减弱了。以上分析和实际情况一致,但也可能有更好的解释原因。

四、结论

本文首先对上证综指和深圳成指的收益序列作了多重分形实证分析,结果是两市均存在多重分形性,而且沪市更加明显。文中使用数据比较完整,从两指数成立开始取到2008年5月26日,所以,结果更有说服力;其次,作者通过比较时序与乱序的多重分形特征,讨论了两市多重分形特征的成因。两市相比不大一致:沪市的多重分形特征更多由长记忆性所致,而深市的多重分形性更多依赖于其分布。而且两市的差别主要在1995年前后或更早。另外,本文还从市场规则的角度出发,首次研究了沪市多重分形性的发展变化并探讨了其原因。1995年以前由于市场处于探索期,大多投资者也处于学习期,市场不规范,价格波动较大,多重分形特征明显。而1996年以后,由于“T+1”和“10%涨跌幅的限制”等一系列措施的实施,市场逐渐规范有效,也比较稳定,但价格波动幅度受限,多重分形特征仍然存在但明显减弱。

参考文献:

- [1]Jan W. Kantelhardt, Stephan A. Zschiegner, Eva Koscielny-Bunde, Shlomo Havlin, Armin Bunde, H. Eugene Stanley. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series[J]. Physica A. 2002, 316:87-114.
- [2]J. A. Ramirez, G. E. Paredes, A. Vazquez. Detrended Fluctuation Analysis of the Neutronic Power from a Nuclear Reactor[J]. Physica A. 2005, 351:227-240.
- [3]Mandelbrot B. B.. The Fractal Geometry of Nature[M]. New York: Freeman, 1982.
- [4]Zhi-Qiang Jiang, Wei-Xing Zhou. Multifractal Analysis of Chinese Stock Volatilities Based on the Partition Function Approach[J]. Physica A. 2008, 387:4881 - 4888.
- [5]曹广喜,史安娜. 沪深股市波动的多重分形结构分析[J]. 郑州:经济经纬, 2006, (6):136-139.

- [6]谭庆美,吴金克. 纽约原油期货多重分形特征研究[J]. 杨凌:西北农林科技大学学报,2007,7,(1):84-87.
- [7]都国雄,宁宣熙. 上海证券市场的多重分形特性分析[J]. 北京:系统工程理论与实践,2007,(10):40-47.
- [8]范英,魏一鸣. 基于R/S分析的中国股票市场分形特征研究[J]. 长沙:系统工程,2004,22,(11):46-51.
- [9]胡学明,宋学锋. 深沪股票市场的多重分形分析[J]. 北京:数量经济技术经济研究,2003,(8):124-127.
- [10]黄治蓉. 中国股市分形结构:理论与实证[M]. 广州:中山大学出版社,2006:35-36.
- [11]李玉梅. 上海股票市场分形特征的实证研究[J]. 西安:统计与信息论坛,2005,20,(2):68-72.
- [12]刘衡郁,甘小芳. 上证综指分形特征研究[J]. 北京:数理统计与管理,2005,25,(5):83-91.
- [13]卢方元. 中国股市收益率的多重分形分析[J]. 北京:系统工程理论与实践,2004,(6):51-55.
- [14]施锡铨,艾克风. 股票市场风险的多重分形分析[J]. 北京:统计研究,2004,(9):33-36.
- [15]舒建平,谭德庆,吴炯. 中国股票市场分形结构探索[J]. 重庆:西南交通大学学报,2003,38,(2):12-15.
- [16]王树钰,田华. 中国股票市场的多重分形实证分析[J]. 北京理工大学学报,2006,8,(2):71-73.
- [17]袁平平,于建玲,商朋见. 股市时间序列的多重分形消除趋势分析[J]. 北京交通大学学报,2007,31,(6):69-72.
- [18]苑莹,庄新田. 股指时间序列的多重分形Hurst分析[J]. 武汉:管理学报,2007,4,(4):49-52.
- [19]苑莹,庄新田. 国际汇率的多重分形消除趋势波动分析[J]. 哈尔滨:管理科学,2007,20,(4):80-85.
- [20]苑莹,庄新田. 股票市场多重分形性的统计描述[J]. 北京:管理评论,2007,19,(12):3-8.
- [21]朱林,常松,何建敏. 我国股票市场多仿射特征研究[J]. 杭州:管理工程学报,2002,16,(3):86-90.
- [22]庄新田,庄新路,田莹. Hurst指数及股市的分形结构[J]. 沈阳:东北大学学报,2003,24,(9):862-865.

On Causes and Changes of Multifractal feature in Shanghai and Shenzhen stock market

LIU Wei—qi^{1,2}, NIU Feng—gao²

- (1. Institute of Management Science and Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi, 030006, China;
2. School of Mathematical Science, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi, 030006, China)

Abstract: This paper takes an empirical study on and makes a comparison between the Shanghai Stock Exchange Comprehensive Index (SSEC) and the Shenzhen Stock Exchange Component Index (SZSC) by adopting the MF—DFA method. The result shows that both stock markets take on the multifractal feature and it is more salient in the Shanghai Stock market. Afterwards, the paper analyzes the causes of the multifractal feature in two stock markets and holds that the multi—fractal characteristics of Shanghai stock market are more caused by the long memory, while the Shenzhen Multi—fractal' rely more on their distribution. In additional, we ascertain that the multi—fractal characteristics of Shanghai stock market are more unapparent as the financial markets are more perfect.

Key Words: multifractal; multifractal detrended fluctuation analysis (MF—DFA); generalized Hurst exponent; Renyi exponent; multifractal spectrum

(责任编辑:丛 戎)