

# 国内重试排队系统研究综述<sup>①</sup>

王金亭

(北京交通大学 理学院, 北京 100044)

**摘要:**本文介绍了国内自1990年后重试排队研究成果。在很多的排队问题中,顾客并非离开系统,而是经过一段时间后又重新返回系统,尝试被服务。重试排队的发展不仅丰富了排队理论,而且促进了计算机和通信网络发展。本文综述了国内学者在重试排队领域的研究成果。

**关键词:**重试排队; 可靠性分析; 通信网络

中图分类号: O226 文献标识码: A 文章编号: (2014) 01-0001-06

## 0 引言

重试排队系统的研究始于20世纪50年代, Cohen<sup>[1]</sup>首先研究了重复呼叫时电话系统的话务理论, 给出了基本的排队模型及分析。与传统排队理论中常见的先到先服务(FIFO)、后到先服务(LIFO)等服务准则假设不同, 重试排队系统中假设顾客在服务台忙碌或由于其他原因(如缓冲区满员、服务台维修、休假等原因)不能得到即时服务时, 不是从系统中消失, 而是暂时离开系统, 经过一段随机或确定的时间之后返回系统继续尝试得到服务台的服务, 这些暂时离开服务区形成的虚拟顾客群称为重试顾客群(retrial group), 其集合或称重试空间(retrial orbit)。研究证明, 这些重试顾客(呼叫)的存在对系统性能的影响(如延迟、拥塞等)不容忽视。

由于重试现象的普遍存在, 重试排队系统在计算机系统、通信系统、生产管理、交通管理等领域得到了广泛的应用。国内对重试排队系统的早期研究工作见史定华<sup>[2]</sup>著作的第六章考虑了有清理且竞争再入的M/G/1排队系统, 王金亭<sup>[3]</sup>博士论文进行了生产库存模型及重试排队的可靠性分析。其后国内关于重试排队系统的研究主要集中在以下几个方面: 重试排队系统的可靠性分析, 离散时间重试排队系统, 有限源可修重试排队系统, 服务台可休假的重试排队, 重试排队系统的均衡分析。

## 1 重试排队系统的可靠性分析

服务台可修的排队系统兼顾排队系统和系统可靠性理论, 主要关注排队系统的排队指标和可靠性指标。Wang等<sup>[4]</sup>首先研究了服务员可能发生故障的重试M/G/1排队模型, 利用补充变量和母函数方法求出了可修重试排队系统的一些瞬态和稳态可靠性指标的解析表达式。Wang<sup>[5]</sup>对一般重试时间分布的可修重试排队系统进行了详尽分析, 其中假设重试顾客的重试率不依赖于重试空间中的顾客数。Li等<sup>[6]</sup>推广了Wang等<sup>[4]</sup>的工作, 考虑了BMAP/G/1可修重试排队模型, 得到了平行于Wang等<sup>[4]</sup>中可靠性性能指标。Wang等<sup>[7]</sup>进一步研究了具有灾难性故障的重试M/G/1可修排队模型的瞬态排队和可靠性问题。梁玉哲等<sup>[8]</sup>研究了带有优先权、不耐烦顾客及负顾客的M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>/G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub>/1可修重试排队系统, 给出系统稳定性条件, 求出一些瞬态和稳态可靠性指标的解析表达式。Li和Wang<sup>[9]</sup>研究了有反馈、二次多选择服务的可修M/G/1重试排队系统。朱翼隽等<sup>[10]</sup>考虑了有可选到达、服务台可修的M/G/1重试排队系统。朱翼隽等<sup>[11,12]</sup>分别研究了具有优先权和Bernoulli休假的M/G/1重试可修排队系统。吴锦标等<sup>[13]</sup>讨论了具有N

① 基金项目: 国家自然科学基金项目(11171019), 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-11-0568)。

作者简介: 王金亭(1972-), 男, 河北邢台人, 博士, 北京交通大学理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 排队论与排队网络及其在无线通信中的应用, 可靠性理论、精算风险理论, 随机库存模型、随机博弈论, E-mail: jtwang@bjtu.edu.cn。

策略和负顾客的反馈抢占型的  $M/G/1$  重试可修排队系统。朱春鹏<sup>[14]</sup>研究了带有两类顾客，服务台可修的  $M/G/1$  重试排队系统。Wu 和 Lian<sup>[15]</sup>考虑了有 Bernoulli 休假机制的  $M_1, M_2/G/1$  可修重试排队系统。目前，对重试排队进行可靠性分析已经成为排队系统指标分析的一项标准且重要的工作（见 Gao 和 Wang<sup>[45]</sup>）。

## 2 离散时间重试排队系统

在当代计算机产业和宽带综合业务数字网络中，语音、数据、图像等各种业务都是通过数字化分割为固定长度的信元或数据包进行统一的处理和传输。一个业务量的大小往往用它包含的信元的个数来度量，同时一个信息占用的服务时间也是单位信元处理时间的整数倍。这些特征表现出离散时间现象的本质特征，激发研究者对离散时间参数下的排队系统的研究兴趣。Wang 和 Zhao<sup>[16]</sup>研究了服务员具有启动失效和一般重试时间分布的离散重试可修排队模型，给出了主要排队指标和相应的可靠性问题。Wang 和 Zhao<sup>[17]</sup>对服务员具有启动失效和二次可选择服务的离散重试排队系统进行了研究，得到了主要的排队指标。Wang 和 Zhang<sup>[18,19]</sup>对有负顾客到达并使服务台失效的离散时间重试排队系统进行了系统的研究，把英国帝国理工学院 Gelenbe 教授提出的 G-排队系统和重试排队系统结合在一起，得到了离散可修重试 G 排队系统的排队指标，讨论了负顾客的到达导致服务台失效对系统的影响。Wang<sup>[20]</sup>研究了有一般重试时间分布和 Bernoulli 休假策略的重试排队系统，推广了无休假机制的对应模型。Wang 等<sup>[21]</sup>研究了服务台结束一次服务后由随机时间控制它是否休假的离散  $GI/G/1$  重试排队系统。在早到达系统（early arrival system, EAS）和晚到达系统（last arrival system, LAS）两种机制下对相应的六种时控休假重试排队模型进行了深入研究，得到了主要的排队指标。Gao 和 Wang<sup>[22]</sup>讨论了成批到达的、重试时间为一般时间分布的、服务台具有工作休假机制且休假可中断的离散时间  $Geo^x/G/1$  重试排队系统。

## 3 有限源重试排队系统

排队论的大部分研究都假设在输入过程中顾客的来源是无限的，所以通常在建模的时候认为顾客到达系统是一个泊松过程。但在实际生活中，顾客的数量往往不是无穷多的，即顾客的到达不是泊松过程，甚至也不是更新过程，是与顾客的人数、服务的能力等因素有关。这时候我们就需要用有限源顾客到达排队系统来进行建模，即顾客总体是有限的。在有限源排队模型中，我们假设每一个顾客的到达过程是一个独立的泊松过程，那么从总体来看，顾客到达系统就是一个“伪随机”的过程。伪随机到达过程有一个重要的特性，就是当系统中顾客的人数增加的时候，系统外的顾客总到达率随之降低。关于有限源排队系统的研究工作相对于无限源排队系统来说很少，特别是关于有限源重试排队系统的研究工作就更少。

伍慧玲等<sup>[23]</sup>研究了有负顾客的  $M/G/1$  有限源重试排队系统，把负顾客到达导致服务台失效和有限源重试排队系统结合起来进行研究。Wang 等<sup>[24]</sup>首先考虑了具有不可靠服务台的有限源重试排队系统，用离散变换方法和补充变量方法对此模型进行了概率分析，得到了系统排队指标，如队长分布和平均队长、等待时间分布和平均等待时间、忙期等。之后，Zhang 和 Wang<sup>[25]</sup>把上述模型中服务台失效后顾客的服务机制由等待服务台修好变更为服务台一旦失效则顾客离开服务区并随后重试，得到了对应的系统排队指标。Wu 等<sup>[26]</sup>研究了随机环境下有马氏到达过程的多服务台有限源重试排队系统。

## 4 服务台可休假的重试排队

休假排队系统研究起源于 20 世纪 70 年代，其特点为服务台在某些时候暂时中断服务，一段时间之后系统继续为顾客服务，这些暂时终端服务的时间称为休假。在实际问题中休假可以有多种多样的解释，例如，利用服务台空闲时间对服务设施进行维修、保养或能源补充；或人工服务员在闲时去休假或从事其他辅助性的工作以提高系统的经济效益。休假排队系统和重试排队系统相结合涌现出一些结合点，国内主要的工作有如下方面：Wang 和 Li<sup>[27]</sup>研究了服务台具有 Bernoulli 休假机制的可修  $M/G/1$  重试排队系统，其

中服务台可提供两种服务：主服务和可选服务。Zhou<sup>[28]</sup>分析了服务台具有 Bernoulli 休假机制的重试排队系统，其中假设重试顾客在重试空间中依先到先服务（FIFO）进行重试。伍慧玲和方春锋<sup>[29]</sup>考虑了有休假阀值 M 和顾客损失的 M/G/1 重试休假排队系统。Wu 和 Lian<sup>[30]</sup>研究了服务台具有 Bernoulli 休假机制和优先权服务的可修重试排队系统。Wu 等<sup>[31]</sup>研究了有二次可选择服务和多重休假的 BMAP/G/1+G 排队系统。Liu 和 Wu<sup>[32]</sup>考虑了有强占型优先权继续服务和多重休假的 MAP/G/1+G 排队系统。Liu 等<sup>[33]</sup>研究了有强占型优先权继续服务、负顾客和 N 策略休假的可修 M/G/1 重试排队系统。最近的工作见 Gao 等<sup>[51]</sup>。

## 5 重试排队系统的均衡分析

在传统的排队论研究中，早期的工作更多的是考虑排队系统的本身统计特征，研究具体的排队模型，对服务对象来到及服务时间的统计规律进行概率分析，得出排队长度、等待时间、忙期长短等系统指标。从另一个角度看，其实在一个排队系统中，顾客和服务商也是重要组成部分，他们的自主行为将直接影响到整个系统的性能，并使得排队具有灵活性，也更符合实际情况。在通常的排队过程中，顾客希望能够及时得到服务，他的排队时间越长，相应的损失就越大，而在接受服务后能够得到一定的回报；对应的，服务商可以对服务进行定价，向顾客收取服务费，甚至在收取服务费的情况下才允许顾客排队，但是服务商也有自己的损耗，比如服务台损坏需要修理等。在这个过程中，顾客往往会自主地来选择排队策略，以使得自己的利益最大化，但是他的行为受到自身掌握的系统信息和其他顾客行为策略的影响。而服务商的目的也是使自己的得益最大，这样在对服务费等定价的时候就不得不考虑顾客将要采取的排队策略。总之，两者在做行为选择的同时都不得不考虑对方行为对自己的影响，于是就形成了双方乃至更多方之间的博弈。由于模型的多样性，比如费用结构可以根据实际情况而不同、顾客和服务商的人数以及种类的不同、排队规则的不同等，该问题在银行服务、企业订单生产、通信网络等领域都有广泛的应用。

国内这方面的工作主要有：Zhang 等<sup>[34]</sup>考虑了有不可靠服务台和服务台休假的重试排队系统。假设服务台在工作时的寿命服从指数分布，一旦失效会马上得到修理，修理时间服从一般分布。服务台服务完一个顾客之后会保留一段随机的时间（预留时间），期间有顾客来则立即进行服务，若在预留时间内没有顾客到达，服务台进行一次休假。休假时间服从一般分布。顾客重试期间有一定等待费用，每次重试时附加重试费用，论文研究了顾客在合作和非合作两种情境下的重试率最优选择问题。Wang 和 Zhang<sup>[35]</sup>讨论了顾客到达系统时可知晓当前服务台状态和重试顾客数（完全信息）或只是知道服务台状态（部分信息）两种假设下，顾客在一定的费用结构下衡量收益，选择进入重试空间进行重试或者不进入（止步，balking）。最近关于重试排队均衡分析的系列工作参见 Li 等的工作<sup>[46-50]</sup>。

## 6 其他

Shang 等<sup>[36]</sup>考虑了 M/G/1 重试排队系统中服务时间服从次指数分布（subexponential）时队长分布的尾渐近分析，并给出了正则变化（regularly varying）尾概率渐近分析。Wu 等<sup>[37]</sup>研究了服务期间有不耐烦顾客离去或重试的 M/G/1 重试排队系统，得到了详尽的排队指标，如队长、等待时间等指标。朱翼隽等<sup>[38-41]</sup>分别研究了一类具有两个服务阶段、反馈的 M/G/1 重试排队系统，具有二次可选服务反馈的可选单重休假 M/G/1 排队模型，有一般重试时间的 Geo<sup>X</sup>/G/1 重试排队系统，有 Bernoulli 休假和可选服务的 M<sup>X</sup>/G/1 重试排队系统。Li 等<sup>[42]</sup>把顾客在重试空间中按 FIFO 排队且有一般重试时间的重试排队系统用于设计路由器的拥塞控制问题。Zhang 和 Wang<sup>[43]</sup>考虑了服务台空闲时搜索重试空间的顾客并带有备件的有一般重试时间的重试排队系统。Wang 和 Zhou<sup>[44]</sup>考虑了成批到达、有启动失效、带有反馈机制的一般重试时间的重试排队系统的准入控制问题。

### 参考文献：

- [1] Cohen, J. Basic problems of telephone traffic theory and the influence of repeated calls [J]. *Philips Telecommunication Review*, 1957, 18 (2): 49-100.

- [2] 史定华. 随机模型的密度演化方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- Shi, D. The Density Evolution Method in Stochastic Models [M]. *Science Press*, Beijing, 1999. (in Chinese)
- [3] 王金亭. 生产库存模型及重试排队的可靠性分析 [D]. 中国科学院博士学位研究生学位论文, 北京, 2000, 6.
- Wang, J. Reliability analysis of production inventory model and retry queue [D]. *The Chinese Academy of Sciences Doctoral Degree Graduate Dissertation*, Beijing, 2000, 6. (in Chinese)
- [4] Wang, J., J. Cao, Q. Li. Reliability analysis of retrial queuing system with server breakdowns and repairs [J]. *Queueing Systems*, 2001, 38 (4): 363-380.
- [5] Wang, J. Reliability analysis of M/G/1 queues with general retrial times and server breakdowns [J]. *Progress in Natural Science*, 2006, 16 (5): 464-473.
- [6] Li, Q., Y. Ying, Y. Zhao. A BMAP/G/1 retrial queue with a server subject to breakdowns and repairs [J]. *Annals of Operations Research*, 2006, 141 (1): 233-270.
- [7] Wang, J., B. Liu, J. Li. Transient analysis of an M/G/1 retrial queue subject to disasters and server failures [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189 (3): 1118-1132.
- [8] 梁玉哲, 王金亭, 齐英. 带有优先权、不耐烦顾客及负顾客的 M1, M2/G1, G2/1 可修重试排队系统 [J]. 系统科学与数学, 2009 (6): 750-760.
- Liang, Y., J. Wang, Y. Qi. Repairable M1, M2/G1, G2/1 retrial queues with priority customers, impatient subscribers and negative arrivals [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2009, (6): 750-760. (in Chinese)
- [9] Li J., J. Wang. An M/G/1 retrial queue with second multi-optimal service, feedback and unreliable server [J]. *Applied Mathematics: A Journal of Chinese University: Series B*, 2006, 21 (3): 252-262.
- [10] 朱翼隽, 童仁群, 王晓春, 陈佩树. 有可选到达、服务台可修的 M/G/1 重试排队系统 [J]. 江苏大学学报, 2007, 28 (1): 85-88.
- Zhu, Y., R. Tong, X. Wang, P. Chen. M/G/1 Retrial queues with server option on arrival and repairs [J]. *Journal of Jiangsu University*, 2007, 28 (1): 85-88. (in Chinese)
- [11] 朱翼隽, 周宗好, 冯艳刚. 具有优先权的 M/G/1 重试可修排队系统 [J]. 自动化学报, 2008, 34 (2): 195-201.
- Zhu, Y., Z. Zhou, Y. Feng. M/G/1 Retrial queue system with priority and repair [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34 (2): 195-201. (in Chinese)
- [12] 朱翼隽, 周宗好, 冯艳刚. 具有 Bernoulli 休假的 M/G/1 重试可修排队系统 [J]. 运筹学学报, 2008, 12 (1): 71-82.
- Zhu, Y., Z. Zhou, Y. Feng. M/G/1 retrial queue system with bernoulli vacation and server breakdowns [J]. *Operations Research Transactions*, 2008, 12 (1): 71-82. (in Chinese)
- [13] 吴锦标, 尹小玲, 刘再明. 具有 N 策略和负顾客的反馈抢占型的 M/G/1 重试可修排队系统 [J]. 应用数学学报, 2009, 32 (2): 323-335.
- Wu, J., X. Yin, Z. Liu. The M/G/1 retrial G-queues with N-policy, feedback, preemptive resume and unreliable server [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2009, 32 (2): 323-335. (in Chinese)
- [14] 朱春鹏. 带有两类顾客, 服务台可修的 M/G/1 重试排队系统研究 [J]. 廊坊师范学院学报 (自然科学版), 2009, 9 (6): 45-49.
- Zhu, C. An M/G/1 retrial queue with two types of customers and repairs [J]. *Journal of Langfang Teachers College (Natural Science Edition)*, 2009, 9 (6): 45-49. (in Chinese)
- [15] Wu, J., Z. Lian. Analysis of the M1, M2/G/1 G-queueing system with retrial customers [J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2013, 14 (1): 365-382.
- [16] Wang, J., Q. Zhao. Discrete-time Geo/G/1 retrial queue with general retrial times and starting failures [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2007, 45 (7-8): 853-863.
- [17] Wang, J., Q. Zhao. A discrete-time Geo/G/1 retrial queue with starting failures and second optional service [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2007, 53 (1): 115-127.
- [18] Wang, J., P. Zhang. A discrete-time retrial queue with negative customers and unreliable server [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009, 56 (4): 1216-1222.
- [19] Wang, J., P. Zhang. A single-server discrete-time retrial G-queue with server breakdowns and repairs [J]. *Acta Mathematica Applicatae Sinica-English Series*, 2009, 25 (4): 675-684.
- [20] Wang, J. Discrete-time Geo/G/1 retrial queues with general retrial time and Bernoulli vacation [J]. *Journal of Systems Science*

- and Complexity, 2012, 25 (3): 504-513.
- [21] Wang, J., N. Wang, A. S. Alfa. Discrete-time GI/G/1 retrial queues with time-controlled vacation policies [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica-English Series*, 2013, 29 (4): 689-704.
- [22] Gao, S., J. Wang. Discrete-time Geo<sup>X</sup>/G/1 retrial queue with general retrial times, working vacations and vacation interruption [J]. *Quality Technology and Quantitative Management*, 2013, 10 (4): 493-510.
- [23] 伍慧玲, 尹小玲, 方春锋. 有负顾客的 M/G/1 有限源重试排队系统 [J]. 运筹与管理, 2006, 15 (3): 59-65.  
Wu, H., X. Yin, C. Fang. Finite source retrial queue with negative customers [J]. *Operations Research and Management Science*, 2006, 15 (3): 59-65. (in Chinese)
- [24] Wang, J., L. Zhao, F. Zhang. Analysis of the finite source retrial queues with server breakdowns and repairs [J]. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2011, 7 (3): 655-676.
- [25] Zhang, F., J. Wang. Performance analysis of the retrial queues with finite number of sources and service interruptions [J]. *Journal of the Korean Statistical Society*, 2013, 42 (1): 117-131.
- [26] Wu, J., Z. Liu, G. Yang. Analysis of the finite source MAP/PH/N retrial G-queue operating in a random environment [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 35 (3): 1184-1193.
- [27] Wang, J., J. Li. A repairable M/G/1 retrial queue with Bernoulli vacation and two-phase service [J]. *Quality Technology and Quantitative Management*, 2008, 5 (2): 179-192.
- [28] Zhou, W. Analysis of a single-server retrial queue with FCFS orbit and Bernoulli vacation [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 161 (2): 353-364.
- [29] 伍慧玲, 方春锋. 有休假阈值 M 和顾客丢失的 M/G/1 重试休假排队系统 [J]. 华南师范大学学报 (自然科学版), 2006 (2): 43-49.  
Wu, H., C. Fang. An M/G/1 retrial queue with vacation threshold M and customer loss [J]. *Journal of South China Normal University (Natural Science Edition)*, 2006, (2): 43-49. (in Chinese)
- [30] Wu, J., Z. Lian. A single-server retrial G-queue with priority and unreliable server under Bernoulli vacation schedule [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 64 (1): 84-93.
- [31] Wu, J., Z. Liu, P. Yi. On the BMAP/G/1 G-queues with second optional service and multiple vacations [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33 (12): 4314-4325.
- [32] Liu, Z., J. Wu. An MAP/G/1 G-queues with preemptive resume and multiple vacations [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33 (3): 1739-1748.
- [33] Liu, Z., J. Wu, G. Yang. An M/G/1 retrial G-queue with preemptive resume and feedback under N-policy subject to the server breakdowns and repairs [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, 58 (9): 1792-1807.
- [34] Zhang, F., J. Wang, B. Liu. On the optimal and equilibrium retrial rates in an unreliable retrial queue with vacations [J]. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2012, 8 (4): 861-875.
- [35] Wang, J., F. Zhang. Strategic joining in M/M/1 retrial queues [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 230 (1): 76-87.
- [36] Shang, W., L. Liu, Q. Li. Tail asymptotics for the queue length in an M/G/1 retrial queue [J]. *Queueing Systems*, 2006, 52 (3): 193-198.
- [37] Wu, X., M. Hlynka, P. H. Brill, J. Wang. An M/G/1 retrial queue with balking and retrials during service [J]. *International Journal of Operational Research*, 2005, 1 (1): 30-51.
- [38] 朱翼隽, 王晓春, 童仁群. 一类具有两个服务阶段、反馈的 M/G/1 重试排队系统 [J]. 江苏大学学报, 2006, 26 (6): 496-500.  
Zhu, Y., X. Wang, R. Tong. M/G/1 retrial queueing system with two phases of services and feedback [J]. *Journal of Jiangsu University*, 2006, 26 (6): 496-500. (in Chinese)
- [39] 顾庆凤. 具有二次可选服务反馈的可选单重休假 M/G/1 排队模型 [J]. 成都信息工程学院学报, 2009, (4): 409-413.  
Gu, Q. M/G/1 queuing system with optional service and feedback and optional server vacations based on a single vacation policy [J]. *Journal of Chengdu University of information technology*, 2009, (4): 409-413. (in Chinese)
- [40] 陈佩树, 朱翼隽, 陈燕. 有一般重试时间的 Geo<sup>[x]</sup>/G/1 重试排队系统 [J]. 江苏大学学报, 2008, 29 (2): 181-184.  
Chen, P., Y. Zhu, Y. Chen. Discrete-time retrial queue with general retrial times [J]. *Journal of Jiangsu University*, 2008,

- 29 (2): 181-184. (in Chinese)
- [41] 陈佩树, 朱翼隽. 有 Bernoulli 休假和可选服务的  $M^X/G/1$  重试排队系统 [J]. 江苏大学学报, 2009, 30 (4): 429-432.
- Chen, P., Y. Zhu. An  $M^X/G/1$  retrial queue with optional service and Bernoulli vacation [J]. *Journal of Jiangsu University*, 2009, 30 (4): 429-432. (in Chinese)
- [42] Li, Y., W. Zhou, D. Qi. A new congestion prevention policy for the router [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2006, 11 (3): 286-289.
- [43] Zhang, F., J. Wang. Stochastic analysis of a finite source retrial queue with spares and orbit search [M]. *Measurement, Modelling, and Evaluation of Computing Systems and Dependability and Fault Tolerance*, Springer Berlin Heidelberg, 2012: 16-30.
- [44] Wang, J., P. Zhou. A Batch Arrival Retrial Queue with Starting Failures, Feedback and Admission Control [J]. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2010, 19 (3): 306-320.
- [45] Gao, S., J. Wang. Performance and reliability analysis of an  $M/G/1-G$  retrial queue with orbital search and non-persistent customers [J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 236 (2): 561-572.
- [46] Li, X., J. Wang, F. Zhang. New results on equilibrium balking strategies in the single-server queue with breakdowns and repairs [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 241: 380-388.
- [47] Wang, F., J. Wang, F. Zhang. Strategic behavior in the single-server constant retrial queue with individual removal [J]. *Quality Technology and Quantitative Management*, forthcoming, 2014.
- [48] Zhang, Zh., J. Wang, F. Zhang. Equilibrium customer strategies in the single-server constant retrial queue with breakdowns and repairs [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.
- [49] Yang, T., J. Wang, F. Zhang. Equilibrium balking strategies in the  $Geo/Geo/1$  queues with server breakdowns and repairs [J]. *Quality Technology and Quantitative Management*, forthcoming, 2013.
- [50] Li, L., J. Wang, F. Zhang. Equilibrium customer strategies in Markovian queues with partial breakdowns [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 66 (4): 751-757.
- [51] Gao, Sh., J. Wang, W. Li. An  $M/G/1$  retrial queue with general retrial times, working vacations and vacation interruption [J]. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 2014, 31 (2): 1-25.

## Survey of Research on Retrial Queueing Systems in China

*Wang Jinting*

Department of Mathematics, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

**Abstract:** This paper presents a short review of the work performed in retrial queues since 1990's in China. In many queueing scenarios blocked customers do not leave the system but they may come back to the service facility after a random amount of time and retry for service. Significant advances in the analysis of retrial queues have enriched queueing theory and contributed to the development of many new applications in designing computer and communication networks. We focus on some aspects of the research on retrial queues which have been done in China since then.

**Key words:** Retrial queue; Reliability analysis; Communication networks